DEE-12100 Sähkömagnetiikka 2

Tentti 10.05.2016, Saku Suuriniemi.

Ei muistiinpanoja, ei laskimia. Kaikki tehtävät 6 pistettä.

1. Muodosta 6 paikkansa pitävää virkettä. Käytä kukin alku kerran ja loppu korkeintaan kerran. Kirjoita vastaukseksi vain lista pareja, `1X, 2Y, 3Z, ...`

1	Lauseke $-\int_V \mathbf{E}\cdot\mathbf{J}\,dV$	A	täytyy integroida koko reunan yli.
2	Pintavaraustiheys σ	B	kertoo varauksen ja sähkökentän suhteesta.
3	Gaussin laki sähkökentälle	C	kuvaa varauksen häviämättömyyden.
4	Virran jatkuvuusyhtälö	D	luonnehtii vaimenemista.
5	Poyntingin vektori	E	esiintyy sähkövuontiheyden $\mathbf{D}$ rajapintaehdossa.
6	Brewsterin kulma	F	polarisoi aallon lineaariseksi.
		G	kuvaa muusta sähkömagneettiseksi muuttuvan tehon.

2. Selitä korkeintaan kahdella virkkeellä:

   (a) TEM-aalto. (b) Rajapinta. (c) Maxwellin lisäys Ampèren lakiin.

3. Mitä muuntajassa tapahtuu seuraavissa tapauksissa? Selitä Maxwellin yhtälöihin ja eri energian muotoihin tukeutuen.

   (a) Toisioon ei ole kytketty mitään ja ensiöön kytketään tasajännite V. Ensin virta kasvaa nopeasti (vasen kuva alla), mutta kasvu hidastuu koko ajan. Lopulta virta vakiintuu tiettyyn arvoon. (3p) (b) Toision ulostuloon kytketään vastus samalla kun ensiössä on edelleen tasavirta (eli (a)-kohdan lopputila). (1p) (c) Ensiöstä irrotetaan äkisti jännitelähde. Toisioon syntyy virta, joka vaimenee ajan kuluessa nollaan (keskikuva). (2p)

4. Ohjattu essee (max. 1 sivu): **Lanka-antenni.** Kysymyksiä virikkeeksi (valikoi näistä – kaikkiin ei tarvitse vastata kuuden pisteen saamiseksi):

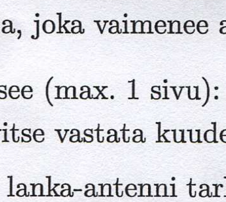
   Mitä termi lanka-antenni tarkoittaa? Miten niiden toimintaa voidaan ennustaa? Mitä apuvälineitä analyysissä voi käyttää? Millainen virtajakauma niihin syntyy? Millainen on säteilykuvio? Käytännön esimerkkejä?

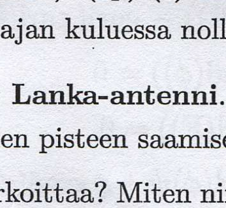
5. N:n elementin tasavälisen antenniryhmän (alakuvassa oikealla) *ryhmätekijä* on

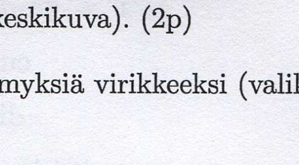
$$A(\mathbf{r}) = \sum_{i=0}^{N} e^{ij(\psi - \frac{2\pi}{\lambda}\frac{\mathbf{r}}{r}\cdot\mathbf{u}_x h)},$$

   kun elementtien väli on h, vaihe-ero on ψ ja kaikkia syötetään yhtä voimakkaalla virralla.

   (a) Miten ψ on valittava, jotta kentänvoimakkuus on mahdollisimman suuri x-akselin suunnassa? (b) Jos elementtejä on parillinen määrä, miten (a)-kohdassa suunnitellun ryhmän elementtiväli h kannattaa valita, jotta kentänvoimakkuus olisi mahdollisimman heikko x-akselia vastaan kohtisuorissa suunnissa?







Vektorianalyysin kaavoja

$$\mathbf{A}\times\mathbf{A} = 0 \tag{1}$$

$$\mathbf{A}\cdot(\mathbf{B}\times\mathbf{C}) = (\mathbf{A}\times\mathbf{B})\cdot\mathbf{C} \tag{2}$$

$$\mathbf{A}\times(\mathbf{B}\times\mathbf{C}) = \mathbf{B}(\mathbf{A}\cdot\mathbf{C}) - \mathbf{C}(\mathbf{A}\cdot\mathbf{B}) \tag{3}$$

$$\int_{\mathbf{r}_1}^{\mathbf{r}_2} \operatorname{grad}(\phi)\cdot d\mathbf{l} = \phi(\mathbf{r}_2) - \phi(\mathbf{r}_1) \tag{4}$$

$$\int_S \operatorname{curl}(\mathbf{F})\cdot\mathbf{n}\,da = \int_{\partial S} \mathbf{F}\cdot d\mathbf{l} \tag{5}$$

$$\int_V \operatorname{div}(\mathbf{F})\,dV = \int_{\partial V} \mathbf{F}\cdot\mathbf{n}\,da \tag{6}$$

$$\operatorname{grad}(\phi) = \mathbf{i}\frac{\partial\phi}{\partial x} + \mathbf{j}\frac{\partial\phi}{\partial y} + \mathbf{k}\frac{\partial\phi}{\partial z} \tag{7}$$

$$\operatorname{grad}(a\phi + b\psi) = a\operatorname{grad}(\phi) + b\operatorname{grad}(\psi) \tag{8}$$

$$\operatorname{curl}(a\mathbf{F} + b\mathbf{G}) = a\operatorname{curl}(\mathbf{F}) + b\operatorname{curl}(\mathbf{G}) \tag{9}$$

$$\operatorname{div}(a\mathbf{F} + b\mathbf{G}) = a\operatorname{div}(\mathbf{F}) + b\operatorname{div}(\mathbf{G}) \tag{10}$$

$$\nabla^2\phi = \operatorname{div}(\operatorname{grad}(\phi)) \tag{11}$$

$$\nabla^2\mathbf{F} = \operatorname{grad}(\operatorname{div}(\mathbf{F})) - \operatorname{curl}(\operatorname{curl}(\mathbf{F})) \tag{12}$$

$$\operatorname{curl}(\operatorname{grad}(\phi)) = 0 \tag{13}$$

$$\operatorname{div}(\operatorname{curl}(\mathbf{F})) = 0 \tag{14}$$

$$\operatorname{grad}(\phi\psi) = \operatorname{grad}(\phi)\psi + \phi\operatorname{grad}(\psi) \tag{15}$$

$$\operatorname{curl}(\phi\mathbf{F}) = \operatorname{grad}(\phi)\times\mathbf{F} + \phi\operatorname{curl}(\mathbf{F}) \tag{16}$$

$$\operatorname{div}(\phi\mathbf{F}) = \operatorname{grad}(\phi)\cdot\mathbf{F} + \phi\operatorname{div}(\mathbf{F}) \tag{17}$$

$$\operatorname{div}(\mathbf{F}\times\mathbf{G}) = \operatorname{curl}(\mathbf{F})\cdot\mathbf{G} - \mathbf{F}\cdot\operatorname{curl}(\mathbf{G}) \tag{18}$$

$$\operatorname{div}(\mathbf{r}) = 3 \tag{19}$$

$$\operatorname{curl}(\mathbf{r}) = 0 \tag{20}$$

$$\operatorname{grad}(\phi(|\mathbf{r}-\mathbf{r}'|)) = \frac{\mathbf{r}-\mathbf{r}'}{|\mathbf{r}-\mathbf{r}'|}\frac{d\phi}{d|\mathbf{r}-\mathbf{r}'|} \tag{21}$$

$$\operatorname{div}(\mathbf{F}(|\mathbf{r}-\mathbf{r}'|)) = \frac{\mathbf{r}-\mathbf{r}'}{|\mathbf{r}-\mathbf{r}'|}\cdot\frac{d\mathbf{F}}{d|\mathbf{r}-\mathbf{r}'|} \tag{22}$$

$$\operatorname{grad}'(\phi(\mathbf{r}-\mathbf{r}')) = -\operatorname{grad}(\phi(\mathbf{r}-\mathbf{r}')) \tag{23}$$

Kaavoissa a, b ovat vakioita, $\mathbf{A}, \mathbf{B}, \mathbf{C}$ vakiovektoreita, ϕ, ψ ovat skalaarikenttiä, $\mathbf{F}, \mathbf{G}$ vektorikenttiä, ja $\mathbf{r}$ paikkavektorikenttä.