Olli.hytonen@student.tut.fi

DEE-12100 Sähkömagnetiikka 2

Tentti 18.5.2015 2015, Saku Suuriniemi.

Ei muistiinpanoja, ei laskimia. Kaikki tehtävät 6 pistettä.

1. Muodosta 6 paikkansa pitävää virkettä. Käytä kukin alku kerran ja loppu korkeintaan kerran. Kirjoita vastaukseksi vain lista pareja, `1X, 2Y, 3Z, ...`

1	Tehokuvio	A	kuvaa aallon ominaisuuksia tietyssä väliaineessa.
2	Induktanssi per metri	B	sisältää vain yhtä taajuutta.
3	Ominaisimpedanssi	C	kertoo antennin toiminnasta eri suuntiin.
4	Gaussin laki **D**:lle	D	kuvaa siirtolinjan magneettisia ominaisuuksia.
5	Aaltoyhtälö	E	on kenttää koskeva kriteeri.
6	Monokromaattinen aalto	F	kertoo lämpöhäviön tehotiheyden.
		G	liittää varaustiheyden sähkökenttään.

2. Selitä korkeintaan kahdella virkkeellä: (a) Polarisaatio. (b) Pintavirran tiheys. (c) Tasoaalto.

3. Analysoi Poyntingin teoreemalla sähköisen energian säilyminen seuraavissa järjestelmissä:

$$-\int_V \mathbf{E}\cdot\mathbf{J}\,dV = \frac{1}{2}\frac{d}{dt}\int_V \mathbf{E}\cdot\mathbf{D}\,dV + \frac{1}{2}\frac{d}{dt}\int_V \mathbf{H}\cdot\mathbf{B}\,dV + \int_{\partial V} \mathbf{E}\times\mathbf{H}\cdot\mathbf{n}\,da$$

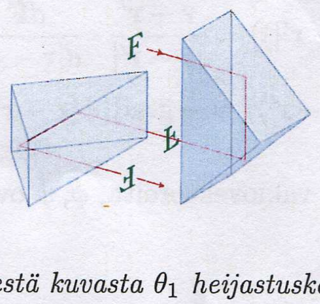
(a) Paristo tyhjenee hitaasti vastuksen läpi. (b) Sähkökiuas on päällä, järjestelmä ei sisällä voimalaa. (c) Elektroneja ammutaan johdekappaleeseen, joka varautuu.

4. Ohjattu essee (max. 1 sivu): **Antennit**. Voit kertoa esim. miten aalto syntyy, mitä teoreettisia apuvälineitä aallon laskemiseen käytetään, miten antenni tulisi mitoittaa, miten se tulisi suunnata. Voit kertoa laskennassa tehtävistä approksimaatioista. Lisäksi voit kertoa antennien tyypeistä, tunnusluvuista ja siitä miten antennit käytännössä rakennetaan lähettämään tehoa haluttuun suuntaan.

5. Kiikarien muoto johtuu niiden sisällä olevasta *Porron kaksoisprismasta*, jonka heijastukset saavat optisen polun mutkille ja kääntävät kuvan okulaaria varten (punainen reitti keskimmäisessä kuvassa). Ilman prismoja kiikarit olisivat pidemmät ja stereovaikutelma heikompi.

Prismojen mitään pintoja ei metalloida peileiksi. (a) Mikä ilmiö saa viistot pinnat silti toimimaan täydellisinä peileinä? (b) Mikä prismojen permittiivisyyden tulisi vähintään olla?

Kun kiikarin prismoissa valo läpäisee rajapinnan, se tapahtuu aina kohtisuoraan ($\theta_1 = 0$). (c) Miksi tämä estää valon hajoamisen sateenkaaren väreihin, vaikka prismojen permittiivisyys riippuu aina taajuudesta?



$$\sqrt{\frac{\epsilon_1\mu_1}{\epsilon_2\mu_2}}\sin(\theta_1) = \sin(\theta_2)$$

$$r_s = \frac{\eta_2\cos(\theta_1) - \eta_1\sqrt{1-\frac{\epsilon_1\mu_1}{\epsilon_2\mu_2}\sin^2(\theta_1)}}{\eta_2\cos(\theta_1) + \eta_1\sqrt{1-\frac{\epsilon_1\mu_1}{\epsilon_2\mu_2}\sin^2(\theta_1)}}$$

Vinkki: Katso keskimmäisestä kuvasta θ_1 heijastuskohdissa. Snellin laki ja s-polarisoituneen aallon heijastuskerroin (kuvan vieressä) ovat hyödyksi.

Vektorianalyysin kaavoja

$$\mathbf{A}\times\mathbf{A}=0 \tag{1}$$

$$\mathbf{A}\cdot(\mathbf{B}\times\mathbf{C})=(\mathbf{A}\times\mathbf{B})\cdot\mathbf{C} \tag{2}$$

$$\mathbf{A}\times(\mathbf{B}\times\mathbf{C})=\mathbf{B}(\mathbf{A}\cdot\mathbf{C})-\mathbf{C}(\mathbf{A}\cdot\mathbf{B}) \tag{3}$$

$$\int_{\mathbf{r}_1}^{\mathbf{r}_2}\operatorname{grad}(\phi)\cdot\mathbf{dl}=\phi(\mathbf{r}_2)-\phi(\mathbf{r}_1) \tag{4}$$

$$\int_S \operatorname{curl}(\mathbf{F})\cdot\mathbf{n}\,da=\int_{\partial S}\mathbf{F}\cdot\mathbf{dl} \tag{5}$$

$$\int_V \operatorname{div}(\mathbf{F})\,dV=\int_{\partial V}\mathbf{F}\cdot\mathbf{n}\,da \tag{6}$$

$$\operatorname{grad}(\phi)=\mathbf{i}\frac{\partial\phi}{\partial x}+\mathbf{j}\frac{\partial\phi}{\partial y}+\mathbf{k}\frac{\partial\phi}{\partial z} \tag{7}$$

$$\operatorname{grad}(a\phi+b\psi)=a\operatorname{grad}(\phi)+b\operatorname{grad}(\psi) \tag{8}$$

$$\operatorname{curl}(a\mathbf{F}+b\mathbf{G})=a\operatorname{curl}(\mathbf{F})+b\operatorname{curl}(\mathbf{G}) \tag{9}$$

$$\operatorname{div}(a\mathbf{F}+b\mathbf{G})=a\operatorname{div}(\mathbf{F})+b\operatorname{div}(\mathbf{G}) \tag{10}$$

$$\nabla^2\phi=\operatorname{div}(\operatorname{grad}(\phi)) \tag{11}$$

$$\nabla^2\mathbf{F}=\operatorname{grad}(\operatorname{div}(\mathbf{F}))-\operatorname{curl}(\operatorname{curl}(\mathbf{F})) \tag{12}$$

$$\operatorname{curl}(\operatorname{grad}(\phi))=0 \tag{13}$$

$$\operatorname{div}(\operatorname{curl}(\mathbf{F}))=0 \tag{14}$$

$$\operatorname{grad}(\phi\psi)=\operatorname{grad}(\phi)\psi+\phi\operatorname{grad}(\psi) \tag{15}$$

$$\operatorname{curl}(\phi\mathbf{F})=\operatorname{grad}(\phi)\times\mathbf{F}+\phi\operatorname{curl}(\mathbf{F}) \tag{16}$$

$$\operatorname{div}(\phi\mathbf{F})=\operatorname{grad}(\phi)\cdot\mathbf{F}+\phi\operatorname{div}(\mathbf{F}) \tag{17}$$

$$\operatorname{div}(\mathbf{F}\times\mathbf{G})=\operatorname{curl}(\mathbf{F})\cdot\mathbf{G}-\mathbf{F}\cdot\operatorname{curl}(\mathbf{G}) \tag{18}$$

$$\operatorname{div}(\mathbf{r})=3 \tag{19}$$

$$\operatorname{curl}(\mathbf{r})=0 \tag{20}$$

$$\operatorname{grad}(\phi(|\mathbf{r}-\mathbf{r}'|))=\frac{\mathbf{r}-\mathbf{r}'}{|\mathbf{r}-\mathbf{r}'|}\frac{d\phi}{d|\mathbf{r}-\mathbf{r}'|} \tag{21}$$

$$\operatorname{div}(\mathbf{F}(|\mathbf{r}-\mathbf{r}'|))=\frac{\mathbf{r}-\mathbf{r}'}{|\mathbf{r}-\mathbf{r}'|}\cdot\frac{d\mathbf{F}}{d|\mathbf{r}-\mathbf{r}'|} \tag{22}$$

$$\operatorname{grad}'(\phi(\mathbf{r}-\mathbf{r}'))=-\operatorname{grad}(\phi(\mathbf{r}-\mathbf{r}')) \tag{23}$$

Kaavoissa a, b ovat vakioita, $\mathbf{A}, \mathbf{B}, \mathbf{C}$ vakiovektoreita, ϕ, ψ ovat skalaarikenttiä, $\mathbf{F}, \mathbf{G}$ vektorikenttiä, ja $\mathbf{r}$ paikkavektorikenttä.