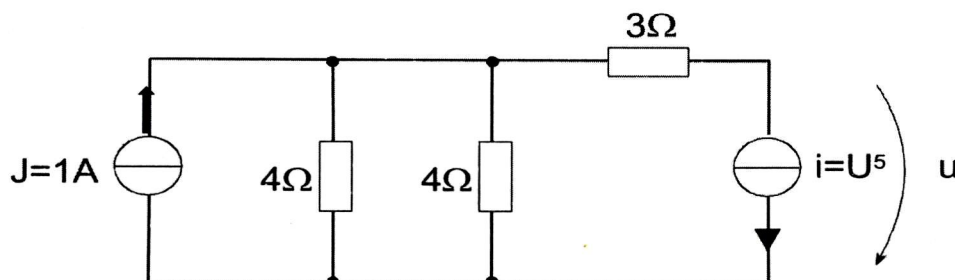


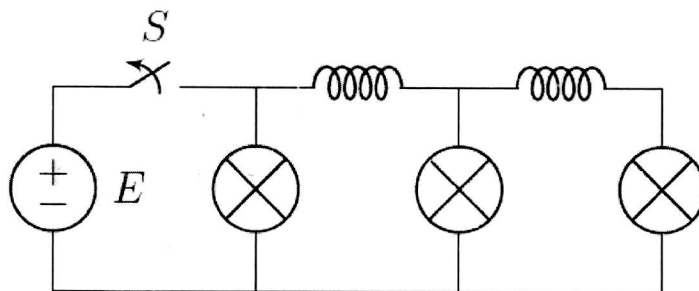
Oman ohjelmoitavan laskimen käyttö sallittu.

Laplace-muunnostaulukko jaetaan.

1. Määritä Newton-Raphson algoritmia hyödyntäen oheisessa kytkennässä epälineaarisen lähteen yli oleva jännite  $u$ . Lähde liikkeelle jännitteen alkuarvosta  $u^0 = 1 \text{ V}$  ja iteroi kaksi kierrosta. (Tee ensin piiristä yksinkertaisempi resistanssien kytkentöjen ja lähdemuunnoksen kautta...)

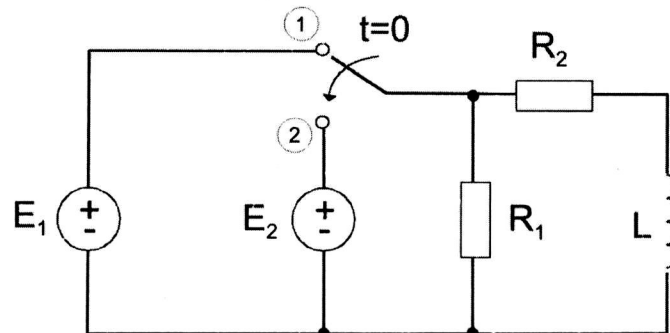


2. Oheisessa piirissä kolme identtistä lamppua (voidaan mallintaa vastuksina) sekä kaksi käämiä on kytketty tasajännitelähteeseen. Kytkin  $S$  avataan ajanhetkellä  $t = 0$ , mitä ennen piiri on ollut jatkuvuustilassa (jokainen lamppu on yhtä kirkas, jokaisen lampun kautta kulkeva virta on yhtä suuri). Mitä voit sanoa lamppujen kirkkauksista välittömästi kytkimen avaamisen jälkeen? Toisin sanoen, onko lamppujen kirkkauksissa eroja ajanhetkellä  $t = 0^+$ , ennen kuin lamput sammuvat?



**KÄÄNNÄ!**

3. Oheisessa piirissä kytkin siirtyy asennosta 1 asentoon 2 ajanhetkellä  $t = 0$ , jota ennen piiri on ollut jatkuvuustilassa. Määritä käämin kautta kulkevan virran lauseke  $i(t)$ , kun  $t > 0$ .  $E_1 = 24 \text{ V}$ ,  $E_2 = 12e^{-t} \text{ V}$ ,  $R_1 = 2 \Omega$ ,  $R_2 = 8 \Omega$ ,  $L = 2 \text{ H}$ .



4. Sähköpiiriä on lähdetty ratkaisemaan silmukavirtamenetelmällä, jolloin piiriä kuvaavat muunnostason yhtälöt ovat

$$\begin{cases} 2I_1(s) - I_2(s) + sI_1(s) = \frac{10}{s} \\ 2I_2(s) + sI_2(s) - I_1(s) = 0 \end{cases}$$

missä  $I_1(s)$  ja  $I_2(s)$  edustavat verkon silmukavirtoja. Esitä aikataason kytkentä ja määritä silmukavirran  $i_1(t)$  lauseke

5. Laplace-muunnatussa piirissä käämin virran lauseke

$$I_L(s) = \frac{\sqrt{12}s + 1}{\sqrt{3}s^2 + 5s + 1}$$

Määritä käämin yli oleva jännite, kun aika  $t$  lähenee nollaa, ts.

$$\lim_{t \rightarrow 0} u_L(t) = ?$$

Käämin induktanssi  $L = 1 \text{ H}$ .

## The Laplace transform

### The most commonly used transform pairs

| Original                       | Image                    | Original                | Image                                     |
|--------------------------------|--------------------------|-------------------------|---|
| $a$                            | $\frac{a}{s}$            | $\sin(\omega t)$        | $\frac{\omega}{s^2 + \omega^2}$           |
| $t$                            | $\frac{1}{s^2}$          | $\cos(\omega t)$        | $\frac{s}{s^2 + \omega^2}$                |
| $t^2$                          | $\frac{2}{s^3}$          | $\sinh(\omega t)$       | $\frac{\omega}{s^2 - \omega^2}$           |
| $t^n, n \in \mathbb{N}$        | $\frac{n!}{s^{n+1}}$     | $\cosh(\omega t)$       | $\frac{s}{s^2 - \omega^2}$                |
| $e^{at}$                       | $\frac{1}{s-a}$          | $t \sin(\omega t)$      | $\frac{2s\omega}{(s^2 + \omega^2)^2}$     |
| $te^{at}$                      | $\frac{1}{(s-a)^2}$      | $t \cos(\omega t)$      | $\frac{s^2 - \omega}{(s^2 + \omega^2)^2}$ |
| $t^2 e^{at}$                   | $\frac{2}{(s-a)^3}$      | $e^{at} \sin(\omega t)$ | $\frac{\omega}{(s-a)^2 + \omega^2}$       |
| $t^n e^{at}, n \in \mathbb{N}$ | $\frac{n!}{(s-a)^{n+1}}$ | $e^{at} \cos(\omega t)$ | $\frac{s-a}{(s-a)^2 + \omega^2}$          |

$$\text{Derivaatta } \frac{d}{dt} f(t) \rightsquigarrow sF(s) - f(0)$$

$$\text{Integraali } \int_0^t f(t) \rightarrow \frac{1}{s} F(s)$$