# TTY/FYS-1101 Insinöörifysiikka II, Paavilainen, syksy 2018 

**1. välikoe 16.10.2018**

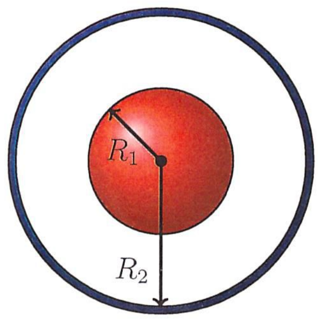
- **Kokeessa saa käyttää laskinta, mutta se ei saa olla ohjelmoitava.**
- Kääntöpuolella kaavoja ja tämän sivun alalaidassa vakioita.

① Erään tasolevykondensaattorin levyjen välissä sähköinen potentiaali voidaan kirjoittaa

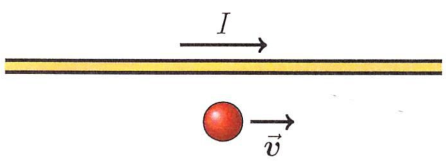
$$V(x, y, z) = (2.0\,\mathrm{V/m})x + (4.0\,\mathrm{V/m})y$$

a) Kirjoita sähkökentälle paikasta riippuva lauseke kyseisessä alueessa.
b) Pisteet $A = (3.0\,\mathrm{mm}, 2.0\,\mathrm{mm}, 1.0\,\mathrm{mm})$ ja $B = (1.0\,\mathrm{mm}, 3.0\,\mathrm{mm}, 0.0\,\mathrm{mm})$ ovat kyseisen tasolevykondensaattorin levyjen välissä. Laske sähköisen voiman tekemä työ, kun testivaraus $q_0 = 1.2\,\mathrm{nC}$ siirtyy pisteestä $A$ pisteeseen $B$.

② a) Pallokondensaattori koostuu umpinaisesta sisäpallosta (säde $R_1$) ja tätä symmetrisesti ympäröivästä ontosta pallokuoresta (ohut, säde $R_2$). Laitteen poikkileikkaus on esitetty viereisessä kuvassa. Molemmat kondensaattorin osat on tehty johtavasta materiaalista ja niiden välissä on tyhjiö. Sisäpallo on varattu varaukseen $+Q$ ja ulkokuori varaukseen $-Q$. Kirjoita *Gaussin lain* avulla sähkökentälle lauseke pallonkuorten välissä etäisyydellä $r$ sisäpallon keskipisteestä, siis alueessa $R_1 < r < R_2$. Perustele välivaiheet ja ilmoita myös sähkökentän suunta. (4p)
b) Miten sähkökenttä johdeosien välillä muuttuisi, jos niiden välinen alue täytettäisiin dielektrisellä eristemateriaalilla? Mitä itse eristeelle tapahtuisi sähkökentässä? (2p)




③ Positiivinen pistevaraus ($q = 2.0\,\mathrm{nC}$) kulkee pitkän, suoran johtimen vieressä nopeudella, jonka suuruus on $1.0 \cdot 10^4\,\mathrm{m/s}$ ja suunta on sama kuin johtimessa kulkevan virran ($I = 1.2\,\mathrm{A}$). Laske varaukseen kohdistuva magneettinen voima, kun varauksen etäisyys johtimen keskiakselista on $1.2\,\mu\mathrm{m}$. Ilmoita myös voiman suunta. Voit laskea virtajohtimen aiheuttaman magneettikentän joko Amperen lain avulla tai käyttää sopivaa kaavakokoelman kaavaa.




④ Ympyränmuotoisen poikkileikkauksen (säde 1.0 cm) omaavassa solenoidissa on 150 kierrosta. Solenoidin pituus on 15.0 cm ja sen sisusta on tyhjä. Solenoidin läpi menevän virran suuruus kasvaa tietyllä ajanhetkellä tahdilla $dI/dt = 120\,\mathrm{A/s}$.
a) Laske kelaan (itseis)indusoituneen sähkömotorisen voiman (emf) suuruus. Tarvitset tässä laskussa solenoidin magneettikenttää, jonka voi laskea kaavalla $B = \mu_0 n I$, missä $n$ on kierrostiheys. (4p)
b) Miksi indusoitunut emf (ja siten itseisinduktanssi $L$) ei ole vakio, jos kela onkin täytetty ferromagneettisella materiaalilla ? (2p)

---

Vakioita:

| | | |
|---|---|---|
| $g = 9.80\,\mathrm{m/s^2}$ | $h = 6.626 \times 10^{-34}\,\mathrm{Js}$ | $m_e = 9.109 \times 10^{-31}\,\mathrm{kg}$ |
| $\varepsilon_0 = 8.854 \times 10^{-12}\,\mathrm{C^2N^{-1}m^{-2}}$ | $h = 4.136 \times 10^{-15}\,\mathrm{eVs}$ | $m_p = 1.007276\,\mathrm{u}$ |
| $\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7}\,\mathrm{TmA^{-1}}$ | $\hbar = \frac{h}{2\pi} = 1.055 \times 10^{-34}\,\mathrm{Js}$ | $m_n = 1.008665\,\mathrm{u}$ |
| $e = 1.602 \times 10^{-19}\,\mathrm{C}$ | $\mu_B = 5.788 \times 10^{-5}\,\mathrm{eV/T}$ | $\mathrm{u}c^2 = 931.5\,\mathrm{MeV}$ |
| $c = 2.998 \times 10^8\,\mathrm{m/s}$ | $k = 1.38065 \times 10^{-23}\,\mathrm{J/K}$ | $1\,\mathrm{eV} = 1.602 \times 10^{-19}\,\mathrm{J}$ |
| | $\mathrm{u} = 1.660539 \times 10^{-27}\,\mathrm{kg}$ | |

Huom! Kaikki kaavat eivät ole yleispäteviä vaan soveltuvat vain erikoistapauksiin.

$\vec{A}\times\vec{B} = (A_yB_z - A_zB_y)\hat{\imath} + (A_zB_x - A_xB_z)\hat{\jmath} + (A_xB_y - A_yB_x)\hat{k}$ | Pallo: $A = 4\pi r^2$, $V = \frac{4}{3}\pi r^3$

$\vec{F} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q_1q_2}{r^2}\hat{r}$

$\vec{E} = \frac{\vec{F}_0}{q_0}$ | $\vec{E} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q}{r^2}\hat{r}$

$\vec{E} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\int\frac{dq}{r^2}\hat{r}$

$p = qd$ | $\vec{\tau} = \vec{p}\times\vec{E}$

$\Phi_E = \int \vec{E}\cdot d\vec{A}$

$\oint \vec{E}\cdot d\vec{A} = \frac{Q_{\text{encl}}}{\varepsilon_0}$

$U = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{qq_0}{r}$ | $V = \frac{U}{q_0}$

$V = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q}{r}$ | $V = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\int\frac{dq}{r}$

$W_{a\to b} = q_0(V_a - V_b) = U_a - U_b$

$V_{ab} = V_a - V_b = \int_a^b \vec{E}\cdot d\vec{l}$

$\vec{E} = -\left(\frac{\partial V}{\partial x}\hat{\imath} + \frac{\partial V}{\partial y}\hat{\jmath} + \frac{\partial V}{\partial z}\hat{k}\right)$

$C = \frac{Q}{V_{ab}}$ | $C = \varepsilon\frac{A}{d}$ | $E = \frac{\sigma}{\varepsilon}$

$U = \frac{Q^2}{2C}$ | $u = \frac{1}{2}\varepsilon E^2$

$C = KC_0$ | $\varepsilon = K\varepsilon_0$

$I = \frac{dQ}{dt}$ | $J = \frac{I}{A}$

$\vec{J} = nq\vec{v}_d$ | $\vec{E} = \rho\vec{J}$

$\rho(T) = \rho_o[1 + \alpha(T - T_0)]$

$R = \frac{\rho L}{A}$ | $\rho = \frac{m}{ne^2\tau}$

$V = IR$ | $P = V_{ab}I$

$\sum I_{\text{in}} = \sum I_{\text{out}}$ | $\sum V = 0$

$q = C\mathcal{E}(1 - e^{-t/RC})$

$\vec{F} = q(\vec{v}\times\vec{B} + \vec{E})$

$\Phi_B = \int \vec{B}\cdot d\vec{A}$

$d\vec{F} = Id\vec{l}\times\vec{B}$ | $\vec{\tau} = \vec{\mu}\times\vec{B}$

$\vec{\mu} = NI\vec{A}$

$\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{q\vec{v}\times\hat{r}}{r^2}$

$d\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{I\,d\vec{l}\times\hat{r}}{r^2}$

$B = \frac{\mu_0 I}{2\pi r}$ | $B = \mu_0 nI$

$\vec{B} = \vec{B}_0 + \mu_0\vec{M}$ | $\vec{B} = K_m\vec{B}_0$

$\vec{M} = \frac{\vec{\mu}_{\text{total}}}{V}$

$\mathcal{E} = -N\frac{d\Phi_B}{dt}$ | $\oint \vec{E}\cdot d\vec{l} = -\frac{d\Phi_B}{dt}$

$\oint \vec{B}\cdot d\vec{l} = \mu_0\left(i_c + \varepsilon\frac{d\Phi_E}{dt}\right)_{\text{encl}}$

$M = \frac{N_2\Phi_{B,2}}{i_1}$ | $\mathcal{E}_2 = -M\frac{di_1}{dt}$

$L = \frac{N\Phi_B}{i}$ | $\mathcal{E} = -L\frac{di}{dt}$

$U = \frac{1}{2}LI^2$ | $u = \frac{B^2}{2\mu_0}$

$i(t) = \frac{\mathcal{E}}{R}(1 - \mathrm{e}^{-tR/L})$

---

$c = \frac{1}{\sqrt{\varepsilon_0\mu_0}}$ | $E = cB$

$\frac{\partial^2 E_y(x,t)}{\partial x^2} = \varepsilon_0\mu_0\frac{\partial^2 E_y(x,t)}{\partial t^2}$

$\vec{E}(x,t) = E_{\max}\,\hat{\jmath}\,\cos(kx - \omega t)$

$\vec{B}(x,t) = B_{\max}\,\hat{k}\,\cos(kx - \omega t)$

$f = \frac{c}{\lambda}$ | $k = \frac{2\pi}{\lambda}$ | $\omega = 2\pi f$

$\vec{S} = \frac{1}{\mu_0}\vec{E}\times\vec{B}$

$I = S_{\text{av}} = \frac{1}{2}\varepsilon_0 cE_{\max}{}^2$

$x' = \gamma(x - ut)$ | $y' = y$

$z' = z$

$t' = \gamma(t - ux/c^2)$ | $\Delta t = \gamma\Delta t_0$

$l = \frac{l_0}{\gamma}$ | $\gamma = \frac{1}{\sqrt{1 - u^2/c^2}}$

$v_x' = \frac{v_x - u}{1 - uv_x/c^2}$

$v_x = \frac{v_x' + u}{1 + uv_x'/c^2}$ | $\vec{p} = \gamma m\vec{v}$

$E = K + mc^2$ | $E = \gamma mc^2$

$E = \sqrt{(mc^2)^2 + (pc)^2}$

$E = hf$ | $E = pc$ | $hf - \phi = eV_0$

$\lambda = h/p$ | $p = h/\lambda$

$hf = E_f - E_i$ | $hf = E_i - E_f$

$m\lambda = d\sin\theta$

$\Delta x\Delta p \geq \hbar/2$ | $\Delta E\Delta t \geq \hbar/2$

$P = \int_{x1}^{x_2}|\psi|^2dx$ | $\int_{-\infty}^{\infty}|\psi|^2dx = 1$

$E_n = \frac{n^2h^2}{8mL^2}$ | $\psi_n = \sqrt{\frac{2}{L}}\sin\left(\frac{n\pi x}{L}\right)$

$-\frac{\hbar^2}{2m}\frac{d^2\psi(x)}{dx^2} + U(x)\psi(x) = E\psi(x)$

$E = -\frac{13.60\text{ eV}}{n^2}$ | $L = \sqrt{l(l+1)}\hbar$

$L_z = m_l\hbar$ | $S_z = m_s\hbar$

$U = -\mu_z B = m_l\mu_B B$

$f(E) = \frac{1}{e^{(E-E_F)/kT} + 1}$

$I = I_s(\mathrm{e}^{eV_b/kT} - 1)$

$E_B = (ZM_{\text{H}} + Nm_{\text{n}} - {}^A_ZM)c^2$

$\beta^+$: $Q = (M_P - M_D - 2m_e)c^2$

$\beta^-$, EC: $Q = (M_P - M_D)c^2$

$Q = (M_P - M_D - M_{{}^4_2\text{He}})c^2$

$Q = (M_A + M_B - M_C - M_D)c^2$

$N(t) = N_0e^{-\lambda t}$ | $T_{\text{mean}} = \frac{1}{\lambda} = \frac{T_{1/2}}{\ln 2}$

$A(t) = \left|\frac{dN(t)}{dt}\right| = \lambda N(t)$

$D = \frac{E_{\text{abs}}}{m}$ | $H = \text{RBE}\times D$