

**MAT-10442 Insinöörimatematiikka B 4u**  
**Tentti 14.5.2012**

Ei laskinta eikä taulukkokirjoja. Kaavaliite ohessa.

Ratkaise tehtävät 1 ja 2 omalle konseptiarkilleen ja tehtävät 3 ja 4 omalle konseptiarkilleen. Palauta arkit eri pinoihin. Muista kirjoittaa nimesi ja opiskelijanumerosi jokaiseen arkkiin.

1. a) Laske raja-arvo tai osoita, että sitä ei ole olemassa:

$$\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{2xy}{x^2 + 2y^2}.$$

b) Laske funktion  $f(x, y) = xe^{-2y}$  kaikki toisen kertaluvun osittaisderivaatat.

2. Riippukoon suure  $T$  suureista  $x$  ja  $y$  seuraavasti:

$$T = x(e^y + e^{-y}).$$

$x$ :n ja  $y$ :n arvoiksi mitataan:  $x = 2$  ja  $y = \ln 2$ . Mittauksen virheiksi arvioidaan:  $x$ :n virhe  $\leq 0,1$  ja  $y$ :n virhe  $\leq 0,02$ . Arvioi mittaustulosten perusteella lasketun  $T$ :n arvon virhettä käyttäen lineaarista approksimaatiota.

3. Laske

$$\iint_R xy \, dA,$$

kun  $R \subset \mathbb{R}^2$  on se rajoitettu joukko, jota rajaavat käyrät  $y = \sqrt{x}$ ,  $y = 6 - x$  ja  $y = 0$ .

4. Tarkastellaan integraalia

$$\iiint_T yz \, dV,$$

missä  $T$ :tä rajaa sylinteri  $x^2 + y^2 = 4$ , alhaalta taso  $z = 0$  ja ylhäältä taso  $z = y$ , eli  $T = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : x^2 + y^2 \leq 4, 0 \leq z \leq y\}$ . Huomaa erityisesti, että  $y \geq 0$  joukossa  $T$ . Kirjoita integraali sisäkkäisinä integraaleina

- a) muuttujien  $x$ ,  $y$  ja  $z$  avulla,  
b) sylinterikoordinaatteja käyttäen.  
c) Laske integraali joko a- tai b-kohdassa kirjoittamallasi tavalla.  
Ohje, josta saattaa laskutavasta riippuen olla apua:

$$\sin^3 t = \sin t \sin^2 t = \sin t(1 - \cos^2 t).$$