

**MAT-20401 Vektorianalyysi**
Tentti 21.2.2011

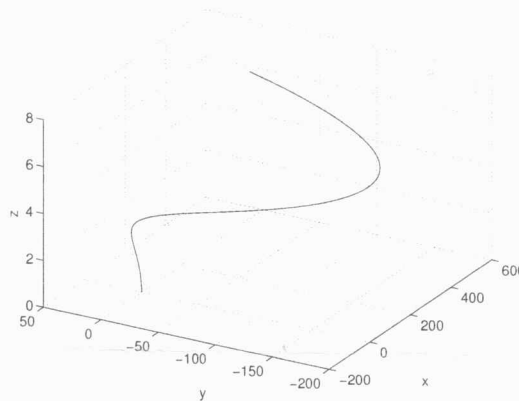
Ei laskinta eikä taulukkokirjoja. Kaavaliite on ohessa.

1. Laske oheisen kuvan mukaisen tasa-aineisen (pituustiheys $\delta = 1$) eksponentiaalisesti laajenevan ruuvikäyrän

$$\mathbf{r}(t) = (e^t \cos t, e^t \sin t, t), \quad 0 \leq t \leq 2\pi.$$

hitausmomentti z -akselin suhteen eli

$$I_z = \int_C (x^2 + y^2) \delta \, ds.$$



2. a) Olkoon $f(x, y, z) = -\frac{c}{(x^2 + y^2 + z^2)^{3/2}}$. Laske ∇f .

b) Laske a)kohtaa hyödyntäen voimakentän

$$\mathbf{F}(\mathbf{r}) = \frac{10\mathbf{r}}{r^5} \quad (\mathbf{r} = (x, y, z), r = \|\mathbf{r}\|)$$

tekemä työ, kun voimakentän vaikutuspiste siirtyy etäisyydeltä 1 etäisyydelle 5 origosta.

3. Olkoon S pinnan $y^2 = 4 - z$ se (rajoitettu) osa, jota rajoittavat tasot $x = 0$, $x = 3$, $y = 0$ ja $y = 3$ (m). Laske S :n muotoisen levyn massa, kun pintatiheys on $\delta(x, y, z) = y$ (g/m^2).
4. Olkoon S a -säteisen origokeskisen pallopinnan ensimmäisessä koordinaattikahdeksanneksessa oleva osa. Laske kentän $\mathbf{F}(x, y, z) = z^2 \mathbf{k}$ vuo pinnan S läpi ylöspäin.

Tehtäväkohtaiset tulokset julkaistaan POPissa periodin 2/2010–2011 toteutuskerran sivulla.