



# Usean muuttujan funktiot

Tentti 11.1.2022 / Merja Laaksonen

- Ei muistiinpanoja, kirjallisuutta, laskinta.
- Muista, että jokaisessa tehtävässä pisteet tulevat perusteluista eikä arvauksista.

1. Olkoon  $f(x, y, z) = x^2z + yz^3$ .

a) Määritä funktion  $f$  gradientin arvo pisteessä  $(-1, 2, 1)$ .

b) Jos  $dx = \frac{1}{100}$ ,  $dy = -\frac{4}{100}$  ja  $dz = \frac{2}{100}$ , niin laske funktion  $f$  kokonaisdifferentiaalinen arvo pisteessä  $(-1, 2, 1)$ .

c) Anna arvio funktion arvolle arvioimalla kokonaisdifferentiaalilla avulla maksimivirhettä, kun  $x = -1 \pm 0.01$ ,  $y = 2 \pm 0.04$ ,  $z = 1 \pm 0.02$ . Anna arvio samassa muodossa kuin muuttujien arvot on annettu.

2. Etsi ne suunnat  $\mathbf{u} = x\mathbf{i} + y\mathbf{j}$ , mihin funktion  $f(x, y) = ye^{-xy}$  suunnattu derivaatta  $f'_{\mathbf{u}}$  pisteessä  $(0, \sqrt{2})$  saa arvon 1.

3. Etsi funktion  $f : f(x, y) = y^2 - x^2y$  suurin ja pienin arvo rajoitetussa alueessa

$$\Omega = \{(x, y) \mid x^2 - 1 \leq y \leq 3\}.$$

4. Paraboloidi  $z = x^2 + y^2$  ja taso  $z = 4$  rajaavat kappaleen  $T$ . Integroi funktio

$$f : f(x, y, z) = \frac{3}{16} \sqrt{x^2 + y^2}$$

sen yli.