



Usean muuttujan funktiot

Tentti 20.10.2021 / Merja Laaksonen

- Ei muistiinpanoja, kirjallisuutta, laskinta

Muista, että jokaisessa tehtävässä pisteet tulevat perusteluista eikä arvauksista.

1. Erään xy -tasolla olevan levyn eri pisteissä lämpötila

$$T(x, y) = 73 - 3(x - 1)^2 - 4y^2.$$

- Mihin suuntaan xy -tasolla levyn lämpötila kasvaa voimakkaimmin pisteessä $A = (2, 1)$?
- Linearisoi lämpötilafunktio pisteessä A .
- Mihin suuntaan b-kohdassa laskemasi funktio kasvaa voimakkaimmin pisteessä $A = (2, 1)$?

2. Eräessä tutkimuksessa mallinnettiin solua sylinterillä, jonka molemmissa päissä on puolipallot. Kaksidimensionaalisesta kuvasta mitattiin pituus L ja leveys W . Leveys on mallinnuksen mukaan pallon ja sylinterin pohjien halkaisija. Tällöin solun tilavuus

$$V(L, W) = \frac{\pi}{4} W^2 \left(L - \frac{W}{3} \right).$$

Mittaustuloksina saatiin, että pituus $L = \frac{3}{2} \pm \frac{3}{20} \mu\text{m}$ (mikrometri) ja leveys $W = 1 \pm \frac{1}{10} \mu\text{m}$. Anna solun tilavuus muodossa $V = a \pm b \mu\text{m}^3$, missä maksimivirhettä b on arvioitu kokonaisdifferentiaalilla. Laskinta ei ole käytössä, joten jätä vastaukset sievennettynä sellaiseen muotoon, että likiarvot voidaan laskea tavallisella funktiolaskimella.

3. Etsi funktion

$$f : f(x, y, z) = 2x + 6y + 10z$$

maksimi- ja minimiarvot sillä ehdolla, että

$$g(x, y, z) = x^2 + y^2 + z^2 - 35 = 0.$$

4. Integroi funktio

$$f : f(x, y, z) = 6(x^2 + y^2 + z^2)^{\frac{3}{2}}$$

yli kappaleen

$$T = \{(x, y, z) \mid 1 \leq x^2 + y^2 + z^2 \leq 3 \wedge z \geq 0 \wedge y \geq 0\}.$$