



Usean muuttujan funktiot

Tentti 23.11.2021 / Merja Laaksonen

- Ei muistiinpanoja, kirjallisuutta, laskinta.
- Muista, että jokaisessa tehtävässä pisteet tulevat perusteluista eikä arvauksista.

1. Lämpötila

$$T(x, y, z) = z + 25 + \sin(x + y^2).$$

Ötökkä lentää pitkin rataa $\mathbf{g}(t) = (-t^2, t, t^2 + 1)$, $0 \leq t \leq s$. Kun lämpötila on 35, se pökertyy kuumuudesta. Hetkellä $t = \sqrt{2}$ se on pisteessä A .

- Mikä on se ajanhetki s , jolloin matka katkeaa pökertymiseen.
- Mikä on pisteessä A suunnatun derivaatan T'_u arvo menosuuntaan $\mathbf{g}'(\sqrt{2})$?
- Mikä on pisteessä A suunta, johon lämpötila vähenee eniten?

2. a) Jos derivaatat ovat olemassa ja $f(x, b) = g(x)$, niin $f_x(a, b) = g'(a)$. Laske $h_x(1, 0)$, kun

$$h(x, y) = x(x^2 + y^2)^{-3/2} e^{\sin(x^2 y)}.$$

- b) Ohessa on taulukko funktioiden f, g, f_x ja f_y arvoista kahdessa eri pisteessä

	f	g	f_x	f_y
$(0, 0)$	3	3	4	8
$(1, 2)$	6	3	2	5

Oletetaan, että $f : f(x, y)$ on differentioituva ja $g(s, t) = f(2s - t, t^2 - 4s)$. Laske annettujen tietojen perusteella arvo osittaisderivaatalle $g_t(1, 2)$.

3. Etsi funktion $f : f(x, y) = \frac{x^4}{4} + \frac{y^4}{4} - xy + 1$ kriittiset pisteet ja tutki onko kyseessä lokaalinen maksimi, minimi vai satulapiste.

4. a) Vaihda integroimisjärjestys ja laske arvo tasointegraalille

$$\int_0^2 \int_{y/2}^1 ye^{x^3} dx dy.$$

- b) Muunna sylinterikoordinaatistoon integraali

$$\int_0^2 \int_{-\sqrt{4-x^2}}^0 \int_x^y (x^2 + y^2) dz dy dx.$$