

1. Järjestelmän sisäänmeno on käämin yli oleva jännite ja ulostulo käämin virta. Tarkastele järjestelmän lineaarisuutta.

2. Erästä kemiallista tuotantoprosessia tarkastellaan diskreetein aikavälein. Prosessin kehittäjä ilmoittaa, että systeemi on lineaarinen ja aikainvariantti. Mittauspöytäkirjasta ilmenee, että systeemin sisäänmeno $\{1, -3, 2\}$ on aiheuttanut ulostulon $\{1, -1, -4, 4\}$. Prosessin analysoija syöttää järjestelmään uuden sisäänmenon $\{1, 2, 3\}$, jolloin hän mittaa systeemin ulostuloksi $\{1, 4, 7, 5\}$. Onko mittaustulos oikea? (Perustelut vaaditaan.)

3. Piirrä oheista tilaesitystä vastaava kytkentä, kun tilamuuttujina on kondensaattorin yli oleva jännite ja käämin kautta kulkeva virta. Onko verkko ilman ohjausta stabiili? $R = 1 \Omega$, $L = 1 \text{ H}$, $C = 0.5 \text{ F}$, $J = 1 \text{ A}$.

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1}{RC} & -\frac{1}{C} \\ \frac{1}{L} & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{1}{C} \\ 0 \end{bmatrix} J$$

4. Sähköpiirissä kondensaattorin omaavan haaran virraksi on muunnostasossa saatu

$$I(s) = \frac{s^2 + 3s + 1}{4s^2 + 2s + 6}$$

Määritä aikatasossa kondensaattorin yli oleva jännite, kun aika t rajatta kasvaa, ts.

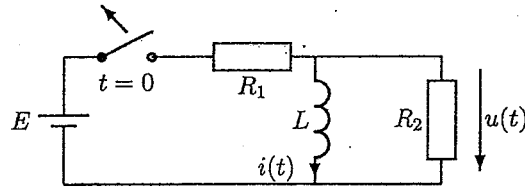
$$\lim_{t \rightarrow \infty} u_C(t) = ?$$

Kondensaattori on alkujaan varautunut, ts. $u_C(0) = 33.33 \text{ V}$. Kondensaattorin kapasitanssi $C = 0.001 \text{ F}$.

KÄÄNNÄ!

5.

Oheisessa piirissä kytkin avataan ajanhetkellä $t = 0$, jota ennen piiri on ollut jatkuvuustilassa. Määritä Laplace-muunnoksen avulla resistanssin R_2 yli oleva jännite $u(t)$, kun kytkin avataan.



Laskimen käyttö sallittu.

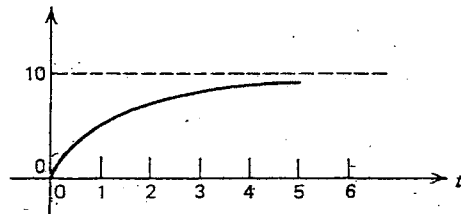
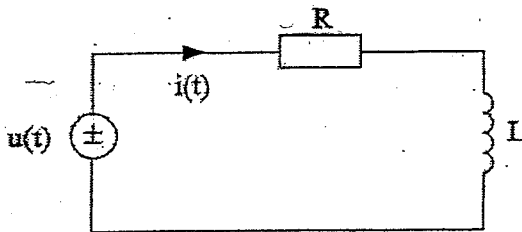
1. Piirikomponentin sisäänmenona on virta i ja ulostulona jännite v , jolloin komponentin jännite-virta -yhtälö on

$$v = V_0 + Ri$$

missä V_0 ja R ovat vakioita. Tarkastele systeemin lineaarisuutta.



2. Tarkastellaan oheista kytkentää, jonka sisäänmenona on lähdejännite $u(t)$ ja ulostulona kytkennän virta $i(t)$. Kun sisäänmenona on askelfunktio on ulostulo oheisen kuvan mukainen. Käämin induktanssi $L = 1$ H. Mitoita resistanssi R . Määritä edelleen kytkennän virta, mikäli sisäänmenona on ramppi, ts. $u(t) = t$.



3. Epälineaarinen vastus R on kytketty rinnan 1Ω :n lineaarisen vastuksen kanssa. Näiden rinnalle on edelleen kytketty 1 A:n virtalähde. Määritä epälineaarisen vastuksen yli oleva jännite, kun ko. vastuksen virran ja jännitteen välinen riippuvuus on $I = f(U) = U^3 - U^2$. Aloita iteraatio jännitteen U arvosta 2 V.

KÄÄNNÄ!

4. Diskreettiaikaista järjestelmää kuvaa ensimmäisen kertaluvun differenssiyhtälö

$$A y_{k+1} + B y_k = 4 \quad k \geq 0$$

Määritä vakiot A ja B sekä systeemin alkuarvo y_0 , kun muunnostason ratkaisu on

$$Y(z) = \frac{3z + 1}{(1 - z)\left(1 - \frac{1}{3}z\right)}$$

Mitä raja-arvoa y_k lähestyy, kun diskreetti muuttuja k rajatta kasvaa?

5. Sähköpiirissä käämin yli olevaksi jännitteeksi on muunnostasossa saatu

$$U_L(s) = \frac{4s^2 + 6s + C}{(s + 1)(s + 2)(s + 3)}$$

Määritä lausekkeessa oleva vakio C siten, että aikatasossa käämin kautta kulkeva virta on 3 A, kun aika t rajatta kasvaa, ts.

$$\lim_{t \rightarrow \infty} i_L(t) = 3 \text{ A}$$

Virran alkuarvo $i_L(0) = 1 \text{ A}$ ja induktanssi $L = 2 \text{ H}$.



Laskimen käyttö sallittu.

1. A) Järjestelmää kuvaava yhtälö sisäänmenon $u(t)$ ja ulostulon $y(t)$ välillä on

$$y(t) = \frac{1}{u(t)} \left[\frac{d}{dt} u(t) \right]^2$$

Onko yhtälö

- a) homogeeninen
- b) additiivinen
- c) lineaarinen?

2. Lineaarista, diskreettiaikaista systeemiä kuvaa ensimmäisen kertaluvun differenssiyhtälö

$$y_{k+1} - 3y_k = 4 \quad z^{-1}$$

Määritä järjestelmän alkuehto y_0 , kun ulostulo diskreettinä ajanhetkenä $k = 4$ on 241.

3. Verkon tilaesitys on

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \\ \dot{x}_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\frac{R_1}{L_1} & 0 & -\frac{1}{L_1} \\ 0 & -\frac{R_2}{L_2} & \frac{1}{L_2} \\ \frac{1}{C} & -\frac{1}{C} & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{1}{L_1} \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} e(t)$$

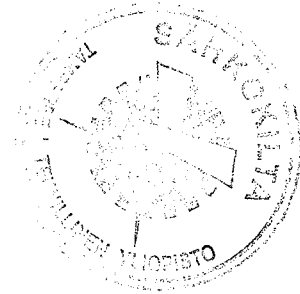
Piirrä oheista tilaesitystä vastaava kytkentä. Onko verkko ilman ohjausta stabiili, kun $R_1 = R_2 = 1 \Omega$, $L_1 = L_2 = 1 \text{ H}$ ja $C = 0.25 \text{ F}$.

KÄÄNNÄ!

Laskimen käyttö sallittu.

1. Kotimaisen sianlihan markkinoita, mikä vaihtelee viikottain, voidaan kuvata mallilla

$$\begin{aligned}Q_{dk} &= \alpha + P_k \\Q_{sk} &= -2 + \frac{3}{2}P_k \\P_{k+1} &= P_k - \frac{1}{2}(Q_{sk} - Q_{dk})\end{aligned}$$



Muodosta kilohinnalle P_k differenssiyhtälö ja ratkaise se alkuarvolla $P_0 = 10$. Määritä edelleen vakio α siten, että hinta lähestyy arvoa 6 €/kg, kun diskreetti muuttuja k rajatta kasvaa.

2. Sarjaankytkettyyn RC -piiriin kytketään sisäänmenona jännitelähde ajanhetkellä $t = 0$. Määritä systeemin impulssivaste, kun piirin ulostulona on kondensaattorin yli oleva jännite. Piiri on alkujaan levossa (ts. kondensaattori on alkujaan varautumaton). Määritä löydetyn impulssivasteen avulla piirin ulostulo, kun sisäänmeno (jännitelähde) $v(t) = e^{-t}$ V. $R = 1 \Omega$, $C = 1$ F.

3. Verkon tilaesitys on

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \\ \dot{x}_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\frac{R_1}{L_1} & 0 & -\frac{1}{L_1} \\ 0 & -\frac{R_2}{L_2} & \frac{1}{L_2} \\ \frac{1}{C} & -\frac{1}{C} & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{1}{L_1} \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} e(t)$$

Piirrä oheista tilaesitystä vastaava kytkentä. Onko verkko ilman ohjausta stabiili, kun $R_1 = R_2 = 1 \Omega$, $L_1 = L_2 = 1$ H ja $C = 0.25$ F.

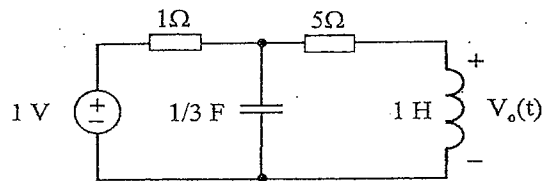
KÄÄNNÄ!

4. Lineaarista, diskreettiaikaista systeemiä kuvaa ensimmäisen kertaluvun differenssiyhtälö

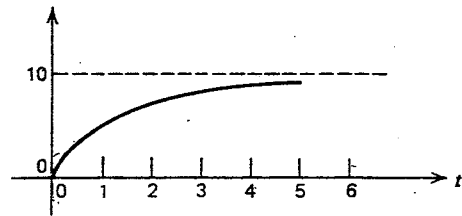
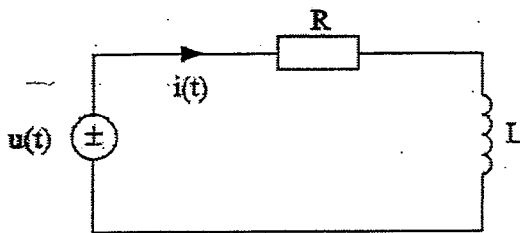
$$y_{k+1} - 3y_k = \alpha$$

missä α on vakio. Mikä on järjestelmän alkuehto y_0 , kun ulostulo diskreettinä ajanhetkenä $k = 3$ on 79 ja ajanhetkenä $k = 4$ ulostulo saa arvon 241? Käytä Z-muunnosta.

5. Jännitelähde kytketään oheiseen piiriin ajanhetkellä $t = 0$. Muodosta piirille muunnostason sijaiskytkentä ja määritä Laplace-muunnoksen avulla käämin yli oleva jännite $V_0(t)$. Piirin alkuarvot ovat nollia.



- Erään tuotantoprosessin analysoija on saanut prosessin ulostuloksi lukujonon $\{1, 4, 8, \alpha\}$, kun sisäänmenona on ollut lukujono $\{1, 2, 4\}$. Kun saman lineaarisen, aikainvariantin systeemin sisäänmenona on lukujono $\{1, 3, 5\}$, on mitattu ulostulo $\{1, 5, \beta, 10\}$. Määritä alkiot α ja β .
- Tarkastellaan oheista kytkentää, jonka sisäänmenona on lähdejännite $u(t)$ ja ulostulona kytkennän virta $i(t)$. Kun sisäänmenona on askelfunktio, on ulostulo oheisen kuvan mukainen. Käämin induktanssi $L = 1$ H. Mitoita resistanssi R . Määritä edelleen kytkennän virta, mikäli sisäänmenona on ramppi, ts. $u(t) = t$.

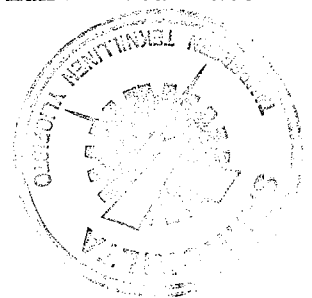
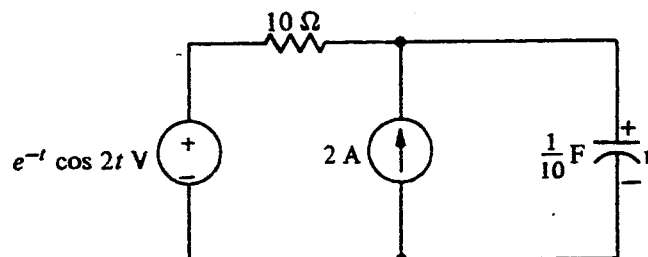


- Diskreettiaikaisen järjestelmän Z -siirtofunktio

$$H(z) = \frac{a}{1 - bz}$$

Kun systeemin sisäänmeno on askel, ts. $u_k = 1, k \geq 0$, niin ulostulo $y_0 = 1$ ja $y_k \rightarrow 2$, kun $k \rightarrow \infty$. Määritä vakiot a ja b .

- Määritä Laplace-muunnosta hyödyntäen oheisessa piirissä jännite $v(t)$, kun $t > 0$. Jännitteen alkuarvo $v(0) = 10$ V.

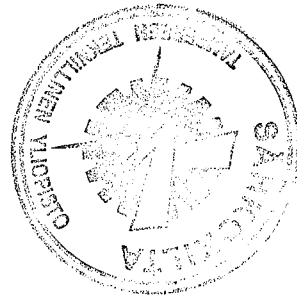


KÄÄNNÄ!

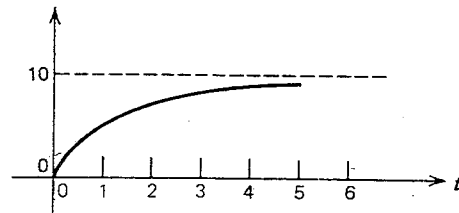
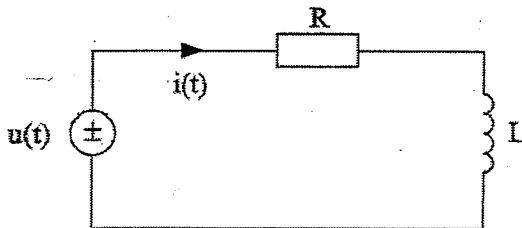
5. Laplace-muunnetussa piirissä käämin kautta kulkevan virran muunnostason ratkaisuksi on saatu

$$I(s) = \frac{0.2s + 1}{s^2 + 4s + 1}$$

Määritä käämin yli oleva jännite ajanhetkellä $t = 0$. Käämin induktanssi $L = 1$ H.



1. Erään tuotantoprosessin analysoija on saanut prosessin ulostuloksi lukujonon $\{1, 4, 8, \alpha\}$, kun sisäänmenona on ollut lukujono $\{1, 2, 4\}$. Kun saman lineaarisen, aikainvariantin systeemin sisäänmenona on lukujono $\{1, 3, 5\}$ on mitattu ulostulo $\{1, 5, \beta, 10\}$. Määritä alkiot α ja β .
2. Tarkastellaan oheista kytkentää, jonka sisäänmenona on lähdejännite $u(t)$ ja ulostulona kytkennän virta $i(t)$. Kun sisäänmenona on askelfunktio on ulostulo oheisen kuvan mukainen. Käämin induktanssi $L = 1$ H. Mitoita resistanssi R . Määritä edelleen kytkennän virta, mikäli sisäänmenona on ramppi, ts. $u(t) = t$.



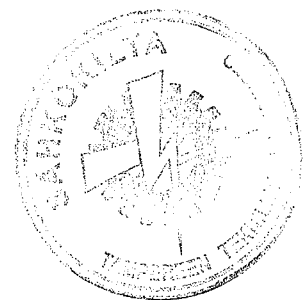
3. Piirrä oheista tilaesitystä vastaava kytkentä, kun tilamuuttujina on kondensaattorin yli oleva jännite ja käämin kautta kulkeva virta. Onko verkko ilman ohjausta stabiili? $R = 1 \Omega$, $L = 1$ H, $C = 0.5$ F, $J = 1$ A.

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1}{RC} & -\frac{1}{C} \\ \frac{1}{L} & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{1}{C} \\ 0 \end{bmatrix} J$$

4. Diskreettiaikajärjestelmän sisäänmeno $u_k = 4^k$ ja Z -siirtofunktio

$$H(z) = \frac{z}{6 - \frac{1}{2}z}$$

Määritä systeemin ulostulo, kun $k \geq 0$.



KÄÄNNÄ

5. Sähköpiirissä käämin yli olevaksi jännitteeksi on muunnostasossa saatu

$$U_L(s) = \frac{4s^2 + 6s + C}{(s+1)(s+2)(s+3)}$$

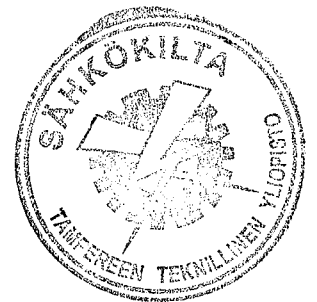
Määritä lausekkeessa oleva vakio C siten, että aikatasossa käämin kautta kulkeva virta on 3 A, kun aika t rajatta kasvaa, ts.

$$\lim_{t \rightarrow \infty} i_L(t) = 3 \text{ A}$$

Virran alkuarvo $i_L(0) = 1 \text{ A}$ ja induktanssi $L = 2 \text{ H}$.

1. Järjestelmän sisäänmeno on käänin yli oleva jännite ja ulostulo käänin virta. Tarkastele järjestelmän lineaarisuutta.
2. Erästä kemiallista tuotantoprosessia tarkastellaan diskreetein aikavälein. Prosessin kehittäjä ilmoittaa, että systeemi on lineaarinen ja aikainvariantti. Mittauspöytäkirjasta ilmenee, että systeemin sisäänmeno $\{1, -3, 2\}$ on aiheuttanut ulostulon $\{1, -1, -4, 4\}$. Prosessin analysoija syöttää järjestelmään uuden sisäänmenon $\{1, 2, 3\}$, jolloin hän mittaa systeemin ulostuloksi $\{1, 4, 7, 5\}$. Onko mittaustulos oikea? (Perustelut vaaditaan.)
3. Piirrä oheista tilaesitystä vastaava kytkentä, kun tilamuuttujina on kondensaattorin yli oleva jännite ja käänin kautta kulkeva virta. Onko verkko ilman ohjausta stabiili? $R = 1 \Omega$, $L = 1$ H, $C = 0.5$ F, $J = 1$ A.

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1}{RC} & -\frac{1}{C} \\ \frac{1}{L} & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{1}{C} \\ 0 \end{bmatrix} J$$



4. Sähköpiirissä kondensaattorin omaavan haaran virraksi on muunnostasossa saatu

$$I(s) = \frac{s^2 + 3s + 1}{4s^2 + 2s + 6}$$

Määritä aikatasossa kondensaattorin yli oleva jännite, kun aika t rajatta kasvaa, ts.

$$\lim_{t \rightarrow \infty} u_C(t) = ?$$

Kondensaattori on alkujaan varautunut, ts. $u_C(0) = 33.33$ V. Kondensaattorin kapasitanssi $C = 0.001$ F.

KÄÄNNÄ!

5. Oheisessa piirissä kytkin avataan ajanhetkellä $t = 0$, jota ennen piiri on ollut jatkuvuustilassa. Määritä Laplace-muunnoksen avulla resistanssin R_2 yli oleva jännite $u(t)$, kun kytkin avataan.

